



Gonbad Kavous University  
Journal of New Approaches in  
Water Engineering and Environment  
Volume 1, Issue 1

## **Chiu's entropy theory application for simulation of flow field velocity in river bends (Case study: Gorganrood River bend)**

**Abdolreza Zahiri<sup>1</sup>, Amir Ahmad Dehghani<sup>2</sup> and Iman YousefAbadi<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Associate professor, Water Engineering Department, Water and soil Engineering Faculty, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources, Gorgan, Iran

<sup>2</sup>Professor, Water Engineering Department, Water and soil Engineering Faculty, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources, Gorgan, Iran

<sup>3</sup>MSc. In Civil Engineering, Gorgan, Iran

Received:20.02.2022; Accepted:20.05.2022

### **Abstract**

In rivers and especially in river bends, the variation of stream-wise flow velocity in the width and the depth directions is non-uniform. It is also affected by many factors including secondary flows, bed and bank roughness, and flow hydraulic characteristics. In order to calculate two-dimensional flow velocity distributions in straight rivers many approaches have been presented by researchers. However, in the meandering rivers, due to the complex mechanism of flow pattern, the solution of velocity field is carried out by computational fluid dynamics software packages. In this research, the Chiu's probabilistic theory was used for solution of the flow velocity field in a river bend on the Gorganrood located in Goletsan province. Considering the lack of measured point velocity data in river bends, 6 field measurement series were collected in one of bends located about 200 m upstream of Aghghala hydrometric station. Of these measurements, four series were selected for the model calibration and two remaining ones were selected for the model validation. The results showed that the Chiu's method has an acceptable accuracy in simulation of flow velocity fields for river bend. The statistical measures for the obtained point velocities indicated that the mean errors of this method are 4.9 and 3.5% in the calibration and validation phases, respectively. The mean errors for the calculation of total flow discharges are 5.9 and 6.0%, respectively.

**Keywords:** Chiu's method, Flow velocity field, Meandering Rivers, River bend, 2D simulation

---

\* Corresponding author, Email: zahiri@gau.ac.ir



دانشگاه گنبد کاووس

نشریه "رویکردهای نوین در مهندسی آب و محیط زیست"

دوره اول، شماره اول

<http://Nawee.gonbad.ac.ir>

## کاربرد روش احتمالاتی چپو در شبیه‌سازی میدان سرعت جریان در قوس رودخانه‌ها (مطالعه‌ی موردی: قوس رودخانه‌ی آق‌قلا)

عبدالرضا ظهیری<sup>۱</sup>، امیراحمد دهقانی<sup>۲</sup>، ایمان یوسف‌آبادی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده آب و خاک، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان، گرگان، ایران

<sup>۲</sup> استاد گروه مهندسی آب، دانشکده آب و خاک، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان، گرگان، ایران

<sup>۳</sup> کارشناس ارشد مهندسی عمران آب، گرگان، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۲/۰۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۲/۳۰

### چکیده

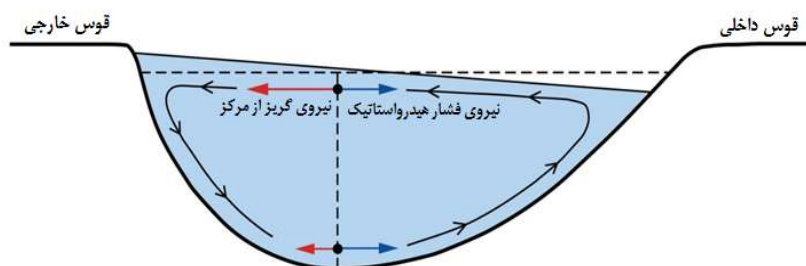
در رودخانه‌ها و به‌ویژه در محل قوس، تغییرات سرعت جریان در جهت‌های عرضی و عمقی غیریکنواخت و تحت تأثیر عوامل زیادی از قبیل جریان‌های ثانویه، زبری بستر و جداره‌ها و وضعیت هیدرولیکی جریان است. برای محاسبه‌ی توزیع دوبعدی سرعت جریان در رودخانه‌های مستقیم، محققان روش‌های زیادی ارائه کرده‌اند. این در حالی است که به‌دلیل ساختار پیچیده‌ی جریان در قوس رودخانه‌ها، شبیه‌سازی میدان سرعت در این مقاطع به کمک نرم‌افزارهای دینامیک سیالات محاسباتی انجام می‌شود. در این پژوهش، از روش احتمالاتی چپو برای حل میدان سرعت جریان در یکی از قوس‌های رودخانه‌ی گرگان‌رود در استان گلستان استفاده شد. با توجه به کمبود داده‌های صحرایی در قوس‌های رودخانه‌ای، برای انجام این تحقیق ۶ نمونه میدان سرعت جریان در یکی از قوس‌های بالادست ایستگاه هیدرومتری آق‌قلا (به فاصله ۲۰۰ متر) اندازه‌گیری شد. از بین این داده‌ها، ۴ سری توزیع سرعت برای واسنجی مدل و ۲ سری برای صحت‌سنجی آن استفاده شد. نتایج پژوهش نشان داد که روش چپو در شبیه‌سازی میدان سرعت جریان در این رودخانه‌ی پیچان از دقت قابل‌قبولی برخوردار است. تحلیل آماری نتایج به‌دست آمده بیانگر این است که میانگین خطای مطلق این روش برای حل توزیع دوبعدی سرعت جریان در محل قوس در مرحله‌ی واسنجی حدود ۴/۹ درصد و در مرحله‌ی صحت‌سنجی حدود ۳/۵ درصد است. این میزان خطا برای محاسبه‌ی دبی کل جریان رودخانه در محل قوس به ترتیب حدود ۵/۹ و ۶/۰ درصد به‌دست آمده است.

کلمات کلیدی: روش چپو، پیچان‌رود، قوس رودخانه، میدان سرعت جریان، شبیه‌سازی دوبعدی.

\* نویسنده مسئول، Email: zahiri@gau.ac.ir

رودخانه‌ها دارای اهمیت است. یکی از جنبه‌های مهندسی و کاربردی در قوس رودخانه‌ها، تعیین میدان سرعت جریان است. آگاهی از میدان سرعت جریان (توزیع دوبعدی سرعت جریان در عرض و عمق رودخانه) برای مدیریت بهتر سازه‌های هیدرولیکی واقع در قوس رودخانه لازم است. همچنین میدان سرعت جریان می‌تواند برای محاسبه تنش برشی وارد بر کف و جداره‌های رودخانه در هر دو قوس داخلی و خارجی مورد استفاده قرار گیرد. مطابق شکل ۱، عدم تعادل نیروهای فشار هیدرواستاتیک و گریز از مرکز در محل قوس، باعث ایجاد جریان‌های ثانویه می‌شود، اما ساختار و قدرت این جریان‌ها در محل قوس در کانال‌های آزمایشگاهی و رودخانه‌های طبیعی متفاوت است. Yalin and Silva (2001) تفاوت الگوی جریان ثانویه در محل قوس را در دو حالت فلوم‌های آزمایشگاهی کم‌عرض (با نسبت عرض به عمق کمتر از ۵) و رودخانه‌های طبیعی (با نسبت عرض به عمق بزرگتر از ۱۰) بررسی کردند. نتایج نشان داد که جریان ثانویه در فلوم‌های آزمایشگاهی بسیار مهم است؛ در حالی که برای رودخانه‌های طبیعی از نقش کمتری برخوردار است. آن‌ها پدیده‌ی انقباض-انبساط<sup>۱</sup> جریان را برای رودخانه‌های پیچان‌رود معرفی و ارائه نمودند.

رودخانه‌های آبرفتی و به‌ویژه در بازه‌های پایین‌دست معمولاً به حالت پیچان درمی‌آیند و در مسیر خود قوس‌های زیادی ایجاد می‌کنند. قوس‌های داخلی و خارجی آبراهه‌ها از نظر مهندسی رودخانه، کاربردهای زیادی دارند. قوس خارجی برای طراحی دهانه‌ی آبرگیرهای جانبی و قوس‌های داخلی نیز برای برداشت رسوبات ته‌نشین‌شده نسبتاً مناسب هستند. به‌طور کلی تغییرات سرعت جریان در هر دو جهت عرضی و عمقی در این حالت، غیریکنواخت است. اگرچه بررسی هیدرولیک جریان در کانال‌ها و آبراهه‌های پیچان‌رود قدمتی بسیار زیاد دارد، اما نتایج کاربردی این تحقیقات در رودخانه‌های طبیعی چندان وسیع نبوده است. این محدودیت عموماً به دلیل پیچیدگی زیاد فرایند جریان در قوس رودخانه‌ها و نیز اندازه‌گیری‌های محدود در این زمینه است. البته داده‌های آزمایشگاهی فراوانی در کانال‌های آزمایشگاهی موجود است، اما بدیهی است فرایند جریان در قوس کانال با قوس رودخانه تا حدود زیادی متفاوت است (Yalin and Silva, 2001). به همین دلیل کماکان بررسی روش و کاربردی جنبه‌های هیدرولیک جریان در قوس



شکل ۱- عدم تعادل نیروهای فشار هیدرواستاتیک و گریز از مرکز در قوس رودخانه و ایجاد جریان ثانویه

معادله‌ی دیفرانسیل جزئی (Kean and et al (2009). قانون توانی توزیع سرعت (Singh and et al (2013) و قانون حداکثر انتروپی (Koussis et al (2022) اشاره نمود. از میان این مدل‌ها، فقط از روش چپو در قوس رودخانه‌ها استفاده شده است (Gill, Xia, 1997; Esmaeali Varaki, 2013). در این پژوهش نیز برای پیش‌بینی میدان

تاکنون محققان روش‌ها و مدل‌های ریاضی زیادی برای حل میدان سرعت جریان در رودخانه‌های آبرفتی ارائه کرده‌اند که در اغلب این مدل‌ها، مسیر رودخانه مستقیم فرض شده است. از جمله مدل‌های ریاضی مهمی که در این خصوص پیشنهاد شده است، می‌توان به روش احتمالاتی (Chiu (1988)، انتگرال‌گیری (Maghrebi and Ball (2003)،

<sup>1</sup> -Convergence- Divergence

جریان را حدود ۰/۷۹ به دست آورد. این نسبت ارتباط کمی با مشخصات هندسی و هیدرولیکی رودخانه در محل قوس‌ها داشته است. این در حالی است که Gill (1998) نشان داد که این نسبت تابع زبری نسبی بستر رودخانه‌ها است. (Esmaeali Varaki (2013) با استفاده از روش چپو، توزیع قائم سرعت جریان در رودخانه‌ی پسیخان واقع در استان گیلان را برآورد و نتایج را با مقادیر اندازه‌گیری شده مقایسه نمودند. در این تحقیق برای محاسبه‌ی نیمرخ قائم سرعت، از اطلاعات اندازه‌گیری شده‌ی موقعیت سرعت حداکثر در عرض رودخانه استفاده شد که با توجه به نبود این داده‌ها در عموم رودخانه‌های پیچان‌رود کشور، این مسئله از نظر کاربردی یک محدودیت است.

با بررسی پژوهش‌های پیشین مشخص شد که بررسی‌های هیدرولیک جریان در رودخانه‌های پیچان عمدتاً به کانال‌های آزمایشگاهی محدود و بررسی‌های میدانی و رودخانه‌ای کمی به‌ویژه در داخل کشور انجام شده است. در محل قوس رودخانه‌ها به دلیل نبود ایستگاه هیدرومتری، معمولاً داده‌های اندازه‌گیری شده‌ی مطمئنی از وضعیت هیدرولیک جریان (مثل میدان سرعت) موجود نیست. در این تحقیق به کمک روش احتمالاتی چپو و استفاده از داده‌های معمول در مطالعات هیدرولیک رودخانه‌ها از قبیل مقطع عرضی رودخانه و تراز سطح آب، میدان سرعت جریان در محل یکی از قوس‌های گرگان‌رود در بالادست ایستگاه هیدرومتری آق‌قلا در دبی‌های مختلف شبیه‌سازی شده است. برای انجام این کار، ۶ سری اندازه‌گیری از سرعت‌های نقطه‌ای جریان در جهات قائم و عرضی رودخانه در محل قوس توسط نویسندگان انجام شد. ۴ سری برای واسنجی روش احتمالاتی چپو و ۲ سری نیز برای صحت‌سنجی آن استفاده شد. دقت نتایج به کمک شاخص‌های آماری تجزیه و تحلیل شد.

### مواد و روش‌ها

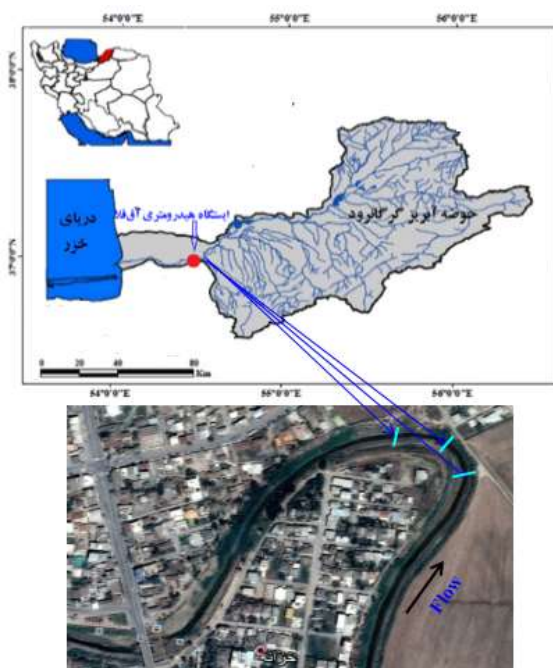
#### منطقه‌ی مورد مطالعه

حوضه‌ی آبریز گرگان‌رود بزرگ‌ترین و مهم‌ترین حوضه‌ی رودخانه‌ای استان گلستان است و تقریباً تمامی سدهای

سرعت جریان در قوس رودخانه‌ی گرگان‌رود به کار رفته است. با توسعه‌ی روش آنتروپی، این روش در طیف وسیعی از علوم، از جمله هیدرولوژی، هیدرولیک و محیط‌زیست به کار گرفته شده است. با به کار بردن مفاهیم احتمالاتی و اصل حداکثر آنتروپی<sup>۱</sup> می‌توان معادله‌ی توزیع سرعتی را ارائه نمود که این معادله قابلیت تعیین توزیع سرعت در هر دو جهت قائم و عرضی در یک مقطع عرضی از رودخانه‌ها را دارد. در این زمینه تحقیقات بسیار زیادی در رودخانه‌های مستقیم انجام شده است که تمرکز اصلی این تحقیقات بر تخمین دبی جریان (سرعت متوسط جریان) و یا سرعت حداکثر بوده است (Chiu and Chiou, 1986; Chiu, 1988; Corato and Moramarco and Singh, 2010; Hsu, 2004; Omori and et al, Farina and et al, 2014; et al, 2014). به‌طور کلی با توجه به ایده‌ی اصلی روش چپو مبنی بر وجود یک رابطه‌ی خطی قوی بین سرعت‌های متوسط و حداکثر جریان، محققان مختلف سعی نموده‌اند از این رابطه برای تعیین دبی جریان رودخانه‌ها استفاده نمایند. برای مثال، (Ammari and Remini (2010) نشان دادند که روش چپو دقت مناسبی در تخمین دبی جریان در رودخانه‌های کشور الجزایر دارد. (Choo and et al (2011) نیز با استفاده از روش چپو رابطه‌ای برای محاسبه سرعت متوسط جریان براساس مشخصات هیدرولیکی رودخانه شامل شعاع هیدرولیکی، شیب انرژی، هندسه مقطع عرضی و نیز پارامتر آنتروپی M ارائه کردند. اگرچه این محققان بیان نمودند که پارامترهای فوق به سادگی در رودخانه‌ها قابل اندازه‌گیری هستند؛ اما اندازه‌گیری شیب انرژی ساده نیست و ممکن است با شیب طولی آبراهه کاملاً متفاوت باشد. (Zahiri et al (2017) با استفاده از روش چپو، منحنی‌های هم‌سرعت جریان در ایستگاه هیدرومتری آق‌قلا در استان گلستان را شبیه‌سازی و رابطه‌ی دبی-اشل را با دقت مناسبی استخراج نمودند. برخلاف رودخانه‌های مستقیم، مطالعات بسیار محدودی در زمینه‌ی کاربرد روش چپو در رودخانه‌های پیچان‌رود وجود دارد. به‌طور مثال، (Xia (1997) با بررسی داده‌های توزیع دوبعدی سرعت در ۴ قوس از رودخانه‌ی می‌سی‌سی‌پی، نسبت سرعت متوسط به سرعت حداکثر

<sup>1</sup> - Principle of maximum entropy

مهم استان بر روی این رودخانه احداث شده‌اند ( شکل ۲). این رودخانه با طول حدود ۳۰۰ کیلومتر از دامنه‌های شمالی البرز شرقی و دامنه‌های غربی ارتفاعات استان خراسان شمالی سرچشمه می‌گیرد و پس از عبور از شهرهای گنبدکاووس و آق‌قلا با تشکیل یک دلتای بزرگ به دریای خزر می‌ریزد. ایستگاه هیدرومتری آق‌قلا یکی از مهم‌ترین ایستگاه‌های این رودخانه است و داده‌های آن در بسیاری از مطالعات محققان مورد استفاده و بررسی قرار گرفته است. مشابه بسیاری از رودخانه‌های آبرفتی، رودخانه گرگان‌رود در بازه‌های انتهایی خود دارای قوس‌های فراوانی است که در این پژوهش، یکی از قوس‌های بالادست این ایستگاه توسط نگارندگان برای اندازه‌گیری داده‌های هیدرولیک جریان انتخاب شده است. همچنین از داده‌های هیدرولیکی رودخانه در محل ایستگاه هیدرومتری آق‌قلا نیز استفاده شده است. موقعیت ایستگاه آق‌قلا در مسیر رودخانه گرگان‌رود و نیز مقاطع عرضی انتخاب شده در طول قوس رودخانه در شکل ۲ نشان داده شده است. عرض رودخانه در محل قوس حدود ۸ متر و شعاع مرکزی آن حدود ۷۰ متر است. شکل ۳ نمایی از قوس را در زمان اندازه‌گیری سرعت جریان نشان می‌دهد



شکل ۲- موقعیت حوضه‌ی آبریز گرگان‌رود، ایستگاه هیدرومتری آق‌قلا و سه قوس مورد مطالعه در بالادست ایستگاه



شکل ۳- نمایی از اندازه‌گیری سرعت جریان در محل اولین مقطع از قوس مورد مطالعه

معادله‌ی (۳) بیانگر این است که نسبت سرعت متوسط جریان به بیشینه‌ی سرعت در یک کانال یا رودخانه مقدار ثابتی است. این معادله از نظر تئوری و کاربردی دارای ارزش زیادی است؛ به طوری که می‌توان با داشتن مقادیر میانگین و بیشینه‌ی سرعت جریان در یک مقطع مشخص، مقدار  $\phi$  را محاسبه نمود. عدد  $\phi$  به نوعی شدت تلاطم و آشفتگی جریان را نشان می‌دهد. هرچه شدت تلاطم جریان بیشتر باشد، سرعت حداکثر به سرعت متوسط جریان و این عدد به یک نزدیک‌تر می‌شود. با توجه به ثابت بودن  $\phi$ ، مقدار پارامتر آنتروپی  $M$  نیز برای مقاطع عرضی رودخانه‌ها، ثابت خواهد بود. با بررسی داده‌های آزمایشگاهی و میدانی، Chiu and Tung (2002) رابطه‌ی (۴) را برای ارتباط بین  $M$  و  $h$  (موقعیت سرعت حداکثر جریان) ارائه نمودند:

$$h = -0.2DLn\left(\frac{G(M)}{58.3}\right) \quad (4)$$

که  $G(M) = \frac{e^M - 1}{\phi(M)}$  است. علاوه بر پارامتر  $M$ ، محاسبات روش چپو به محاسبه پارامتر  $N$  نیز نیازمند است. مطالعات Hsu (2004) نشان داد که مقدار این پارامتر مستقل از شیب کف آبراهه، ضریب زبری مانینگ، نسبت عرض به عمق رودخانه و حتی دبی جریان است. همچنین مشخص شد که مقدار این پارامتر ارتباط مؤثری با مقدار پارامتر  $M$  دارد و بنابراین مشابه پارامتر  $M$ ، مقدار  $N$  نیز در یک نقطه‌ی مشخص از رودخانه ثابت است. اما بعضی از مطالعات نشان می‌دهد که مقدار  $N$  در یک مقطع عرضی از رودخانه ثابت نیست و متناسب با عمق جریان، تغییر می‌کند (Zahiri et al, 2017).

مراحل محاسبات روش چپو برای تخمین میدان سرعت جریان در رودخانه‌های مستقیم و پیچان با محاسبه‌ی پارامتر آنتروپی  $M$  آغاز می‌شود. این کار براساس داده‌های موجود سرعت‌های نقطه‌ای اندازه‌گیری شده در ایستگاه هیدرومتری انجام می‌شود. سپس مراحل زیر دنبال می‌شود:

- ۱- تعیین موقعیت بیشینه‌ی سرعت با استفاده از رابطه‌ی (۴) و براساس عمق متوسط جریان؛
- ۲- فرض یک مقدار برای  $N$ ؛
- ۳- محاسبه‌ی توزیع دوبعدی سرعت جریان در رودخانه از روابط (۱) و (۲)؛

### روش احتمالاتی چپو و مراحل محاسباتی آن

برای جریان در مجاری روباز که سرعت حداکثر روی سطح آب و یا زیر آن رخ می‌دهد، منحنی‌های هم‌سرعت  $\xi$  توسط Chiu and Chiou (1986) به صورت رابطه (۱) ارائه شد:

$$\xi = Y(1-Z)^{N_i} \exp(N_i Z - Y + 1) \quad (1)$$

که در آن  $Y = \frac{y + \delta_y}{D + \delta_y - h}$  و  $Z = \frac{|z|}{B_i + \delta_i}$  هستند. در این روابط  $Y$  و  $Z$  نشان دهنده‌ی شکل هندسی کانال،  $y$  محور مختصات در جهت عمود بر بستر کانال در مکانی که سرعت حداکثر رخ می‌دهد،  $Z$  محور مختصات در راستای عرضی است که می‌تواند مقادیر مثبت یا منفی را با توجه به موقعیت نقطه‌ی مورد نظر نسبت به محور  $y$  داشته باشد،  $D$  عمق جریان،  $B_i$  فاصله افقی محور  $y$  در سطح آزاد آب از ساحل سمت چپ و راست مقطع عرضی کانال (اندیس  $i=1$  برای ساحل چپ و  $i=2$  برای ساحل راست است. در کانال‌ها و آبراهه‌های مستطیلی با مسیر مستقیم که سرعت حداکثر جریان در وسط کانال رخ می‌دهد  $B_1 = B_2 = \frac{b}{2}$  است که  $b$  عرض فوقانی کانال است،  $h$  فاصله موقعیت سرعت حداکثر جریان از سطح آب و  $\delta$  و  $N$  پارامتر هستند. اگر کانال مستطیلی باشد، آنگاه  $N_1 = N_2 = N$  هستند. مقطع عرضی کانال به وسیله‌ی  $\delta_y$  و  $\delta_i$  کنترل می‌شود. این پارامترها با تغییر شکل هندسی مقطع تغییر می‌کنند. در کانال‌های مستطیلی و یا رودخانه‌های عرضی، مقدار هر دو این پارامتر برابر صفر است (Hsu, 2004). با توجه به تمایل رودخانه‌ها به حداکثر آنتروپی، رابطه‌ی زیر بین سرعت نقطه‌ای و سرعت حداکثر جریان (که بیشترین آنتروپی را دارد) قابل اثبات است (Chiu and Chiou, 1986):

$$\frac{u}{u_{\max}} = \frac{1}{M} \ln \left[ 1 + \left( e^M - 1 \right) \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0} \right] \quad (2)$$

که  $M = \lambda u_{\max}$  پارامتر بدون بعد (پارامتر آنتروپی) و  $\lambda$  ضریب ثابت است. معادله‌ی (۲) معادله‌ی توزیع دوبعدی سرعت در کانال‌های روباز است. در نهایت با توجه به معادلات احتمالاتی مربوط به سرعت متوسط جریان، رابطه‌ی اساسی روش چپو به دست می‌آید (رابطه ۳):

$$\phi(M) = \frac{\bar{u}}{u_{\max}} = \left( \frac{e^M}{e^M - 1} - \frac{1}{M} \right) \quad (3)$$

در این پژوهش ۶ نمونه از توزیع دوبعدی سرعت جریان در رودخانه در سه مقطع ابتدا، وسط و انتهای یک قوس مورد مطالعه با استفاده از دستگاه سرعت‌سنج (مولینه مدل OTT) اندازه‌گیری شد. با استفاده از این ۶ نمونه، مقادیر سرعت‌های حداکثر و متوسط جریان مشخص شده و در یک نمودار رسم شدند (شکل ۴). در این شکل، علاوه بر داده‌های سرعت در قوس رودخانه، ۱۲۱ نمونه از سرعت‌های حداکثر و متوسط جریان در ایستگاه هیدرومتری آقی‌قلا در دوره زمانی ۱۳۹۲-۱۳۸۶ نیز اضافه شده‌اند. نکته جالب توجه در این شکل این است که روند تغییرات این سرعت‌ها در قوس مورد مطالعه و در ایستگاه هیدرومتری کاملاً مشابه است. این مسئله به وضوح ثابت بودن مقدار  $\phi$  و در نتیجه پارامتر آنتروپی  $M$  را در یک مقطع از رودخانه و نیز در مقاطع مجاور نشان می‌دهد (Chiu and Tung, 2002؛ Moramarco et al., 2004؛ Ardicioglu et al., 2012). براساس معادله رگرسیون خطی برازش داده شده بر کل داده‌ها، ضریب زاویه‌ی این خط (یعنی نسبت سرعت متوسط به سرعت حداکثر یا عدد ثابت  $\phi$  برای رودخانه گرگان‌رود در محدوده‌ی مورد مطالعه حدود ۰/۷۴ به‌دست می‌آید. این مقدار  $\phi$  با مقادیر به‌دست آمده در رودخانه‌های کشورهای دیگر نیز مطابقت دارد. به‌عنوان مثال، (Corato et al (2014) مقدار  $\phi$  را برای ۴ رودخانه‌ی کشور ایتالیا در محدوده‌ی ۰/۶ تا ۰/۷ به‌دست آوردند. Xia (1997) نیز این نسبت را برای بازه‌های مستقیم رودخانه‌ی می‌سی‌سی‌پی حدود ۰/۶۸ به‌دست آورد. با توجه به رابطه‌ی (۴)، پارامتر آنتروپی  $M$  برای قوس مورد مطالعه در رودخانه گرگان‌رود برابر ۳/۴۵ به‌دست می‌آید.

۴- محاسبه‌ی شاخص آماری RMSE براساس مقایسه‌ی میدان سرعت محاسباتی و مشاهداتی؛

۵- تکرار مراحل ۲ تا ۵ تا حصول کمترین مقدار برای پارامتر RMSE.

این کار برای چند سری توزیع سرعت اندازه‌گیری شده انجام می‌شود و در هر سری، یک مقدار بهینه برای پارامتر  $N$  به‌دست می‌آید. حال با توجه به مقادیر  $N$  به‌دست‌آمده و مشخصات هیدرولیکی رودخانه، رابطه‌ای برازش داده می‌شود. جزئیات این مراحل در مورد رودخانه گرگان‌رود در بخش نتایج ارائه شده است.

### تحلیل آماری نتایج

برای ارزیابی دقیق‌تر نتایج توزیع سرعت جریان به‌دست‌آمده از روش چپو، از شاخص‌های آماری بیان‌کننده‌ی خطا شامل ضریب تعیین ( $R^2$ )، میانگین مجذور مربعات خطا (RMSE) و متوسط خطای مطلق (MAE) به‌صورت روابط ۵ تا ۷ استفاده شده است:

$$R^2 = \left( \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}} \right) \quad (5)$$

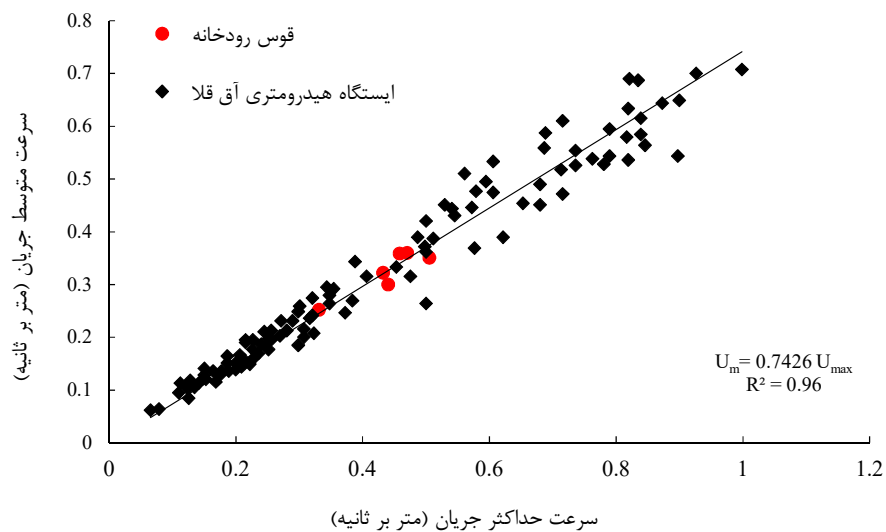
$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum (X-Y)^2}{N}} \quad (6)$$

$$MAE = \frac{\sum \frac{|X-Y|}{X} \times 100}{N} \quad (7)$$

که  $x = X - \bar{X}$ ،  $y = Y - \bar{Y}$  مقدار مشاهداتی،  $Y$  مقدار محاسباتی،  $\bar{X}$  میانگین مقادیر مشاهداتی،  $\bar{Y}$  میانگین مقادیر محاسباتی و  $N$  تعداد داده‌های سرعت جریان است.

### نتایج

#### محاسبه پارامتر آنتروپی $M$



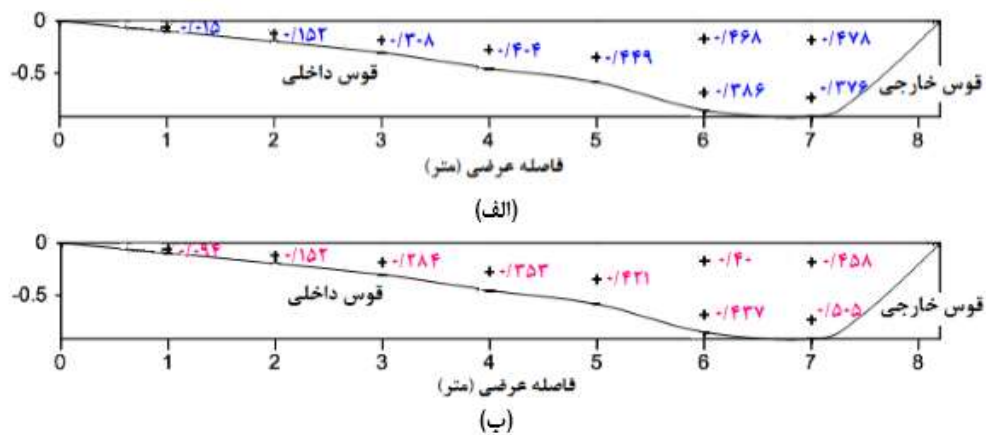
شکل ۴- نمودار تغییرات سرعت متوسط با سرعت حداکثر در قوس‌های مورد مطالعه و نیز در محل ایستگاه هیدرومتری آق قلا

(RMSE) محاسبه شد. بدیهی است مقدار بهینه‌ی  $N$  زمانی حاصل می‌شود که مقدار RMSE به حداقل ممکن برسد. نتایج نهایی محاسبات میدان سرعت جریان در شکل‌های ۵ و ۶ برای ۲ نمونه از ۴ سری موجود نشان داده شده است. در این شکل‌ها، مقادیر واقعی توزیع دوبعدی سرعت جریان در قوس رودخانه نیز برای مقایسه با نتایج روش چپو ذکر شده است. مقایسه‌ی این نتایج در دو حالت محاسباتی و مشاهداتی نشان می‌دهد که روش چپو در تخمین میدان سرعت در قوس رودخانه‌ها دارای دقت مناسبی است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، سرعت‌های جریان در قوس خارجی بسیار بیشتر از مقادیر سرعت در قوس داخلی است. همچنین روش چپو موقعیت و مقدار سرعت حداکثر جریان را با دقت نسبتاً مناسبی برآورد نموده است. در جدول ۱ خلاصه نتایج این محاسبات ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، میانگین خطای تخمین میدان سرعت جریان در این مرحله برای همه نمونه‌ها قابل قبول و مناسب است.

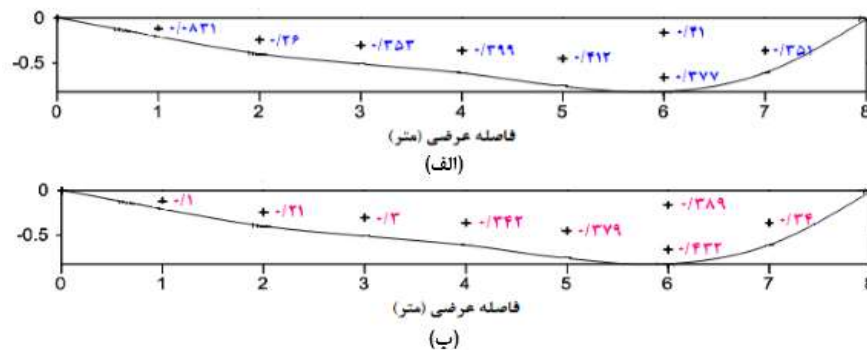
#### محاسبه‌ی پارامتر $N$ (واسنجی و صحت‌سنجی)

اگرچه Hsu (2004) نموداری را برای محاسبه‌ی پارامتر  $N$  براساس  $M$  ارائه نموده است، این نمودار فقط برای کانال‌های مستطیلی با مسیر مستقیم اعتبار دارد. به همین دلیل در این پژوهش از روش دیگری برای محاسبه پارامتر  $N$  برای رودخانه گرگان‌رود در محل قوس مورد مطالعه استفاده شده است. برای انجام این کار، ابتدا از بین ۶ نمونه از اندازه‌گیری‌های توزیع دوبعدی سرعت نقطه‌ای در سه مقطع عرضی از قوس، ۴ نمونه به صورت تصادفی برای واسنجی روش چپو و تعیین مقدار بهینه پارامتر  $N$  انتخاب شدند. سپس با توجه به مراحل محاسبات روش چپو و معلوم بودن مقادیر  $M$ ،  $\phi$ ، سرعت حداکثر و موقعیت این سرعت در مقطع عرضی و نیز فرض یک مقدار دلخواه برای پارامتر  $N$ ، توزیع دوبعدی سرعت به روش چپو محاسبه شد. با تغییر مکرر پارامتر  $N$ ، نتایج محاسباتی توزیع دوبعدی سرعت در هر سری با مقادیر واقعی مقایسه و مجذور مربعات خطا





شکل ۵- مقایسه‌ی میدان سرعت جریان (الف) محاسباتی از روش چپو و (ب) اندازه‌گیری شده در قوس رودخانه در مرحله واسنجی (سری ۳ با دبی جریان ۱/۲۴ مترمکعب بر ثانیه)



شکل ۶- مقایسه‌ی میدان سرعت جریان (الف) محاسباتی از روش چپو و (ب) اندازه‌گیری شده در قوس رودخانه در مرحله واسنجی (سری ۴ با دبی جریان ۱/۳ مترمکعب بر ثانیه)

جدول ۱- میانگین خطای روش چپو برای توزیع سرعت جریان در محل قوس رودخانه (مرحله واسنجی)

خطا (%)	Bi-2 N	Bi-1 (متر)	b (متر)	D <sub>max</sub> (متر)	U <sub>max</sub> (متر بر ثانیه)	U <sub>m</sub> (متر بر ثانیه)	A (مترمربع)	Q (مترمکعب بر ثانیه)		
-۲/۸	۳/۲	۱/۲	۶	۷/۲	۰/۸۶	۰/۳۳۱	۰/۲۵۲	۳/۸۲	۰/۹۶	سری ۱
۷/۱	۲/۳	۱	۶	۷	۰/۶۸	۰/۴۵۸	۰/۳۵۹	۲/۷۲	۰/۹۸	سری ۲
-۶/۴	۴/۲	۱/۲	۷	۸/۲	۰/۹۲	۰/۵۰۵	۰/۳۵۱	۳/۵۲	۱/۲۴	سری ۳
۴/۶	۳	۲	۶	۸	۰/۸۲	۰/۴۳۲	۰/۳۳۴	۳/۹۴	۱/۳۰	سری ۴

مناسبی برای تعیین پارامتر N ارائه شود. برای انجام این کار، ابتدا تغییرات این پارامتر در مرحله واسنجی نسبت به چند پارامتر هیدرولیکی مورد آزمون قرار گرفت. نتایج نشان داد که مناسب‌ترین فرم تغییرات با ضریب تبیین  $R^2 = ۰/۹۸۶$  مربوط به عمق حداکثر جریان است. در شکل

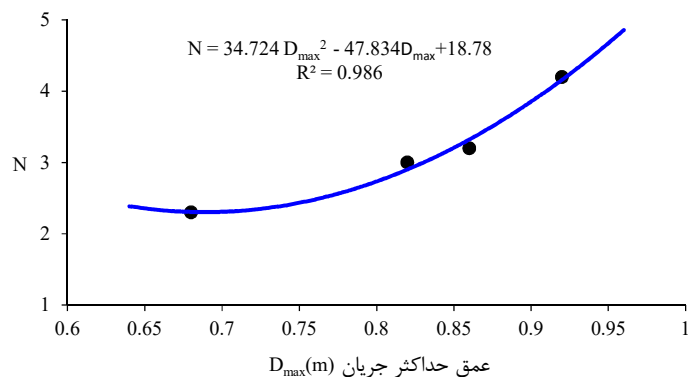
با توجه به جدول ۱، مشخص است که مقادیر پارامتر N بر خلاف کانال‌های مستطیلی ثابت نیست و با وضعیت جریان، تغییر می‌کند. برای اطمینان از قابلیت کاربرد روش چپو در اوضاعی خارج از محدوده واسنجی، باید صحت-سنجی آن نیز بررسی شود. به این منظور، ابتدا باید روش

## عبدالرضا ظهیری و همکاران

محاسبات توزیع دوبعدی سرعت جریان در قوس رودخانه با توجه به ثابت بودن مقدار  $M$  و محاسبه پارامتر  $N$  از رابطه (۸) انجام شد:

$$N = 34.724D_{\max}^2 - 47.834D_{\max} + 18.78 \quad (۸)$$

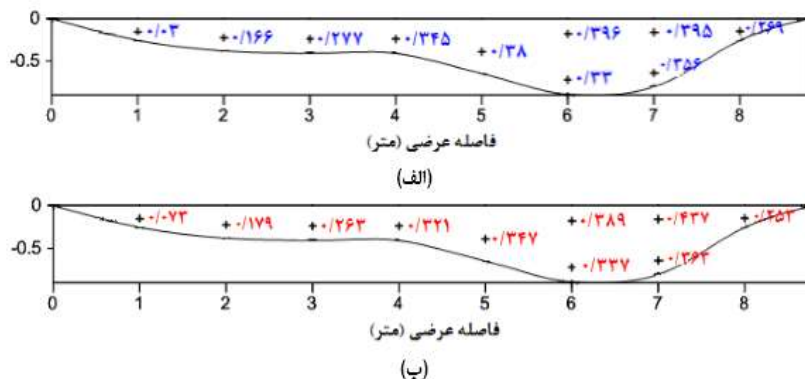
۹ منحنی تغییرات پارامتر  $N$  با عمق حداکثر جریان به عنوان رابطه پیشنهادی برای محاسبه ضریب بهینه  $N$  ارائه شده است. برای صحت‌سنجی روش چپو، ۲ نمونه از اندازه‌گیری سرعت‌های نقطه‌ای در نظر گرفته شد.



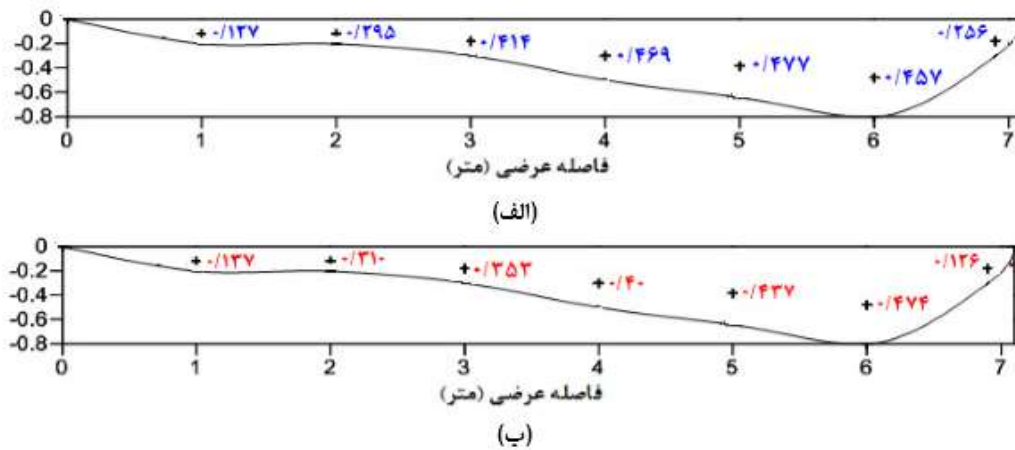
شکل ۷- نمودار تغییرات پارامتر  $N$  نسبت به عمق حداکثر جریان در قوس‌های رودخانه

ثانیه است که بیانگر خطایی حدود ۹/۴ درصد است. برای نمونه ۲ (شکل ۹) این مقادیر به ترتیب ۰/۴۵۷ و ۰/۴۷۴ متر بر ثانیه است که خطایی معادل ۳/۶ درصد را نشان می‌دهد. همچنین در هر دو نمونه، سرعت‌های حداکثر جریان محاسباتی در مجاور قوس خارجی رودخانه به دست آمده‌اند. خطای محاسبه‌ی میدان سرعت جریان در این دو نمونه به ترتیب حدود ۳ و ۴ درصد است (جدول ۲).

نتایج این محاسبات در شکل‌های ۸ و ۹ در مقایسه با مقادیر واقعی توزیع دوبعدی سرعت جریان در قوس رودخانه نشان داده شده است. با بررسی این شکل‌ها مشخص می‌شود که میدان سرعت جریان شبیه‌سازی شده در محل قوس با میدان سرعت اندازه‌گیری شده مطابقت قابل قبولی دارد. سرعت حداکثر جریان در نمونه‌ی ۱ (شکل ۸) در دو حالت محاسباتی و مشاهداتی به ترتیب ۰/۳۹۶ و ۰/۴۳۷ متر بر



شکل ۸- مقایسه‌ی میدان سرعت جریان (الف) محاسباتی از روش چپو و (ب) اندازه‌گیری شده در قوس رودخانه در مرحله‌ی صحت-سنجی (سری ۱ با دبی جریان ۱/۳ مترمکعب بر ثانیه)



شکل ۹- مقایسه‌ی میدان سرعت جریان (الف) محاسباتی از روش چپو و (ب) اندازه‌گیری شده در قوس رودخانه در مرحله‌ی صحت‌سنجی (سری ۲ با دبی جریان ۱۰ مترمکعب بر ثانیه)

جدول ۲- میانگین خطای محاسبه‌ی توزیع سرعت جریان در محل قوس رودخانه گرگان‌رود

خطا N (%)	Bi-2	Bi-1	b	D <sub>max</sub>	U <sub>max</sub>	U <sub>m</sub>	A	Q	
	(متر)	(متر)	(متر)	(متر)	(متر بر ثانیه)	(متر بر ثانیه)	(مترمربع)	(متر بر ثانیه)	(مترمکعب بر ثانیه)
-۳/۰۵۳/۸۶	۱/۸	۷	۸/۸	۰/۹	۰/۴۴	۰/۳	۴/۰۲	۱/۲۱	سری ۱
-۳/۹۰۲/۷۴	۱/۱	۶	۷/۱	۰/۸	۰/۴۷	۰/۳۶	۲/۷۷	۱/۰	سری ۲

### نتیجه‌گیری

محاسبات نشان داد که میدان سرعت به‌دست آمده از روش چپو در مقایسه با توزیع سرعت‌های اندازه‌گیری شده در قوس رودخانه مطابقت قابل قبولی دارد. سرعت‌های حداکثر جریان در مجاورت قوس خارجی به‌دست‌آمدند و مطابقت خوبی با داده‌های اندازه‌گیری شده دارند.

در این پژوهش برای حل میدان سرعت جریان در وضعیت‌های مختلف در یک قوس در فاصله‌ی ۲۰۰ متری بالادست ایستگاه هیدرومتری آقی‌فلا در گرگان‌رود از تئوری احتمالاتی چپو استفاده شد. در این روش، توزیع دوبعدی سرعت جریان در جهات قائم و عرض رودخانه در محل قوس با استفاده از داده‌های معمول هندسی و هیدرولیکی رودخانه‌ها مثل مقطع عرضی رودخانه و تراز سطح آب و بدون نیاز به داده‌های پر زحمت مثل شیب طولی (یا شیب انرژی) و ضریب زبری مانینگ محاسبه می‌شود. در روش چپو، ابتدا پارامتر آنتروپی M به کمک داده‌های سرعت متوسط و حداکثر جریان در قوس محاسبه شد و سپس به کمک حداقل‌سازی خطای سرعت‌ها در جهات عرضی و قائم، مقادیر بهینه پارامتر N تعیین گردید. نتایج این

### منابع

- Ammari A., Remini B. 2010. Estimation of Algerian rivers discharges based one Chiu's equation. *Arabian Journal of Geosciences*, 3(1), pp.59-65.
- Ardiclioglu M., Genc O., Kalin L., Agiralioglu N. 2012. Investigation of flow properties in natural streams using the entropy concept. *Water and Environment Journal*, 26(2), pp.147-154.
- Chiu C.L., Chiou J.D. 1986. Structure of 3-D flow in rectangular open channels. *Journal of Hydraulic Engineering*, 112(11), pp.1050-1067.

Chiu C.L. 1988. Entropy and 2-D velocity distribution in open channels. *Journal of Hydraulic Engineering*, 114(7), pp.738 -756.

Choo T.H., Jeong I.J., Chae S. K., Yoon H.C., Son H.S. 2011. A study on the derivation of a mean velocity formula from Chiu's velocity formula and bottom shear stress. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, 8(4), pp.6419-6442.

Corato G., Ammari A., Moramarco T. 2014. Conventional point-velocity records and surface velocity observations for estimating high flow discharge. *Entropy*, 16(10), pp.5546-5559.

Esmaeali V.M., Ghorbani N.A.S., Navabian, M. 2013. Evaluation of entropy based Chiu's method for prediction of the velocity distribution and discharge in rivers. *Journal of Water and Soil Conservation*, 20(6), pp.147-164.

Farina G., Alvisi S., Franchini M., Moramarco, T. 2014. Three methods for estimating the entropy parameter M based on a decreasing number of velocity measurements in a river cross-section. *Entropy*, 16(5), pp.2512-2529.

Gill MA. 1998. Relation between mean and maximum velocities in a natural river. *Journal of Hydraulic Engineering*, 124(1), pp.1269-1270.

Hsu S.M. 2004. Probability-based simulation of two-dimensional velocity distribution and discharge estimation in open channel flow (Doctoral dissertation, University of Pittsburgh).

Kean J.W., Kuhnle R.A., Smith J.D., Alonso C.V., Langendoen E.J. 2009. Test of a method to calculate near-bank velocity and boundary shear stress. *Journal of Hydraulic Engineering*, 135(7), pp.588-601.

Koussis A.D., Dimitriadis P., Lykoudis S., Kappos N., Katsanos D., Koletsis I., Psiloglou B.,

Chiu C.L., Tung N.C. 2002. Maximum velocity and regularities in open-channel flow. *Journal of hydraulic engineering*, 128(4), pp.390-398.

Rozos E., Mazi K. 2022. Discharge estimation from surface-velocity observations by a maximum-entropy based method. *Hydrological Sciences Journal*, 67(3), pp.451-461.

Maghrebi M.F., Ball J.E. 2006. New method for estimation of discharge. *Journal of hydraulic Engineering*, 132(10), pp.1044-1051.

Moramarco T., Singh V.P. 2010. Formulation of the entropy parameter based on hydraulic and geometric characteristics of river cross sections. *Journal of Hydrologic Engineering*, 15(10), pp.852-858.

Moramarco T., Saltalippi C., Singh V.P. 2004. Estimation of mean velocity in natural channels based on Chiu's velocity distribution equation. *Journal of Hydrologic Engineering*, 9(1), pp.42-50.

Omori Y., Fujita I., Watanabe K. 2021, December. Application of an Entropic Method Coupled with STIV for Discharge Measurement in Actual Rivers. In *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 945(1), pp.012036.

IOP Publishing. Singh V.P., Marini G., Fontana N. 2013. Derivation of 2D power-law velocity distribution using entropy theory. *Entropy*, 15(4), pp.1221-1231.

Xia R. 1997. Relation between mean and maximum velocities in a natural river. *Journal of Hydraulic Engineering*, 123(8), pp.720-723.

Yalin M.S., Da Silva A.F. 2001. *Fluvial processes*. Delft, The Netherlands: IAHR. Zahiri A., Hashemi F., Yousefabad I. 2017. Simulation of two-dimensional velocity distributions in rivers based on Chiu's theory (Case Study: Gorganrood River). *Iranian journal of Ecohydrology*, 4(3), pp.791-802. (In Persian).